Title	Wiener's Formula ニツイテ
Author(s)	泉, 信一
Citation	全国紙上数学談話会. 44 p.9-p.12
Issue Date	1935-06-07
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74070
rights	
Note	

148. Wiener's Formula ニツイテ

泉　信一

1. 本會第四十三号ニ於テ大阪帝大ノ若松大助氏ガ Wiener's Formula ニツイテ論ゼラレ、私ノ論文ニツイテ次ノ如ク云ハレテヲル。

「…… 泉信一氏ノ Wiener's Formula ニツイテノ論文モ Wiener's Fundamental Formula ノ Special case ニ過ギズ、両氏（高橋龍夫氏ト小生）ノ論文ハ Wiener ノ Fourier transform ノ理論ヲ使ハズニ出來ル特殊ナ場合ダト思ヒマス。」

私ハ若松氏ノ論法及ビ上ノ文章ノ内容ニ對シテ不當ナ点ヲ見出シマス、ツイデニココデ Wiener's Formula ニ関スル私ノ結果及ビ私ノ出來ナカッタ問題ヲ述ベタイト思ヒマス。

私ノ結果ハ、學士院記事，第十巻，第七号ト東北大學理科報告ニアリマス。後者ハ近ヨ中ニ出マス、之ヲ I 及ビ II トシテ引用シマス。

2. コヽニ考ヘル問題ハ

$$\mathfrak{M}\{f\} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\int_0^x f(\xi)\,d\xi \text{------------} (1)$$

ガ存在シテ、且ツ $f(x)$ 及ビ $\mathrm{K}(x)$ ガドンナ條件ヲ滿足ス

ルトキ

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\infty f\left(\frac{x}{\xi}\right)\mathrm{K}(x)\,dx=\mathfrak{M}\{f\}\int_0^\infty \mathrm{K}(x)\,dx \quad \text{--------}(2)$$

トナルカトイフ事デス。

コノ問題ヲトクノニ第一ニ氣ノツクコトハ之ヲ Wiener ノ General Tauberian theorem ヲ用ヒルコトデス。Wiener ノニハ二種ノ Tauberian theorem ガアリマシテ、第二ノハ Stieltjes integ. ノモノデ，第一ノハソウデナイモノデス。

第一ノ Tauberian theorem ヲ用ヒマスト，$f(\xi)$ ガ bounded デ $\mathrm{K}(\xi)$ ガ $(-\infty,+\infty)$ デ absolutely integrable デアレバ (1) カラ (2) ガ得ラレマス。之ハ Wiener, Acta Math., 55 (1930), pp. 148—149 ニ述ベテアリマス。

若松氏ハコノ事ヲ再ビ書イテ居ルニ過ギマセン。ソシテ同氏ハ Wiener's Fundamental Formula ト名ヅケルノガ妥當ダトイハレテヲリマス。

第二ノ Tauberian theorem ヲ用ヒマスト

$$\frac{1}{x}\int_0^x \left|f(\xi)\right|d\xi=O(1) \quad \text{----------------}(3)$$

及ビ $\mathrm{K}(x)$ ガ連續デ且ツ $\mathrm{K}(x)\varepsilon M'$ (M' ハ Wiener ノ M-class ト似タ class デ、L-class ノ sub class) トイフ條件ノ下ニ (1) カラ (2) ガ得ラレマス，之ガ II，定理四デ，

コノ定理ヲ初等的ニ，Tauberian theorem ヲ用ヒズニ証明シマシタ。Wiener ノ Tauberian theorem ハ非常ニムヅカシイカラ、之ヲ用ヒズニ証明スルコトハ無意味デナイダロウト思ヒマス。ソコデ用ヒマシタノハ Wiener ノモトノ方法（Journ. London Math. Soc., 2(1927)）デス．コノ方法ニヨリマスト定理四ト同様ニ第一ノ Tauberian theorem カラ出ル定理モ証明出來マス。

II，定理四ヲ Tauberian theorem カラ出スコトハ Wiener, Fourier Integrals and Certain of its applications ノ中ニアリマス。ソコデ証明ダケガ新シイノデス。

定理四ニ於テ $K(x)$ ノ連続ノ代リニ "absolutely continuous" トシマス、ソノトキ $K(x)$ ノ第二ノ條件ガユルソナリマス．ソレガ I，定理二デス。

3. ソコデ次ノ問題ガオコリマス。(1) カラ (2) ガ出ルタメニハ $f(\xi)$ 及ビ $K(\xi)$ ニ條件ヲツケナケレバナラナイ。ソコデ $f(\xi)$ ノ條件ヲユルクスレバ，$K(\xi)$ ノ條件ハ強クテヨイシ，$f(\xi)$ ノ條件ヲ強クスレバ $K(\xi)$ ノ條件ハユルクテヨイ。又 $K(\xi)$ ニツイテダケ考ヘルト，$K(\xi)$ ノ連続性ヲ強クスレバ $K(\xi)$ ノ他ノ條件ガユルクテヨイ。

先ヅ $f(\xi)$ ノ條件ニツイテハ $f(\xi)=O(1)$ ト (3) トノ外ニ

$$\int_x^{x+1} |f(\xi)|\,d\xi = O(1) \qquad \text{(4)}$$

ガ考ヘラレマス。(4) ト $\mathrm{K}(\xi)$ ノ連續性トノ外ニドンナ條件ガアッタラ (1) カラ (2) ガ出ルカ、之ハ II, 定理三デアリマシタ。$\mathrm{K}(\xi)$ ノ連續性ヲ *absolute continuity* デオキカヘタ場合モ出來マス。

次ニ $f(\xi)$ ノ條件ヲユルクシテ (3) ヲトリ除キマス. ソノトキ $\mathrm{K}(\xi)$ ノ連續性ノ外ニ $\mathrm{K}(\xi)$ ガドンナ條件ヲ滿足シタラ、(1) カラ (2) ガ出ルカ. コレハ私ノ解決出來ナカッタ問題デス。$\mathrm{K}(\xi)$ ノ連續性ヲ *absolute continuity* デオキカヘタ場合ガ I, 定理一デス。

4. 以上ノ結果ヲ今マデノ外ノ人ノ結果ト比ベマスト, 先ヅ I, 定理二ハ *Bochner* ノヲ少ク擴張シタモノデス. II, 定理四ハ高橋氏ノヲ少シ一般ニシタモノデス. *Wiener* ノ *Tauberian theorem* カラ直接出ルノハ II, 定理四ダケデス。ソシテ私ノ以上ノ定理ハムヅカシイ *Tauberian theorem* ヤ *Fourier integral theorem* ヲ使ハナイコトニアリマス。

5. 以上ノコトヲオ讀ミ下サッテ、ソシテ若松氏ノ上ニ述ベタ文章ヲオヨミ下サレ御批判下サレンコトヲ讀者ニオ願ヒシマス。